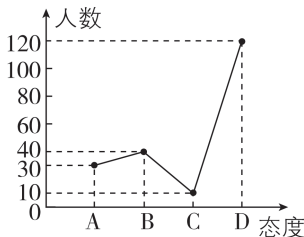


案为折线.

5. ①②④ 【解析】根据频数直方图可知,组距是 $44-40=4$,故①正确;根据频数直方图可知,株高在 $48\sim 52$ cm 范围内的株数为 14,故②正确;根据频数直方图可知,玉米株高最大值与最小值差约为 $60-40=20$ (cm),故③错误;本次选取的样本容量是 $4+8+14+8+6=40$,故④正确. 故答案为①②④.

6. 【解】(1) 本次调查的中学生家长共有 $30\div 15\%=200$ (名). 故答案为 200.

- (2) 表示 A 态度的扇形圆心角的度数为 $360^\circ\times 15\%=54^\circ$. 故答案为 54° .
(3) 由题意可得,持赞成态度的家长有 $200-30-40-120=10$ (名),补全的折线统计图如图所示.



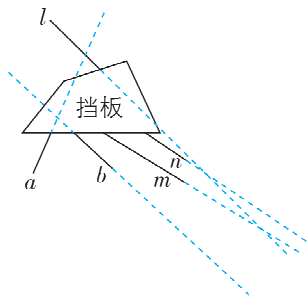
第 8 章 相交线与平行线

8.1 相交线

课时 1 相交线、平行线、邻补角、对顶角

刷基础

1. B 【解析】如图,用直尺分别作线段 a, b, l, m, n 的延长线,其中只有线段 b 的延长线不与 l 相交,所以 $b\parallel l$. 故选 B.



2. D 【解析】根据邻补角的定义可知, $\angle COF$ 的邻补角是 $\angle DOF$ 和 $\angle EOC$. 故选 D.
3. D 【解析】因为 $\angle A+\angle B=180^\circ$, 且 $\angle A, \angle B$ 的位置关系未知, 所以 $\angle A$ 与 $\angle B$ 互为补角, 故选 D.
4. D 【解析】因为 $\angle 1=15^\circ, \angle AOC=90^\circ$, 所以 $\angle BOC=\angle AOC-\angle 1=90^\circ-15^\circ=75^\circ$, 所以 $\angle 2=180^\circ-\angle BOC=180^\circ-75^\circ=105^\circ$, 故选 D.
5. C 【解析】根据对顶角的定义可知, 只有 C 选项中的两个角是对顶角, 其他都不是. 故选 C.
6. D 【解析】题图中共有对顶角 $2+2+2+6=12$ (对), 故选 D.
7. A 【解析】因为 $\angle BOD$ 和 $\angle COE$ 是对顶角, $\angle BOD=35^\circ$, 所以 $\angle COE=\angle BOD=35^\circ$. 因为

- 利用对顶角相等和邻补角的性质进行计算是本题解题关键.
8. 60° 【解析】因为 $\angle 1=3\angle 4, \angle 3=\angle 4$, 所以 $\angle 1=3\angle 3$. 因为 $\angle 1+\angle 3=160^\circ$, 所以 $3\angle 3+\angle 3=160^\circ$, 解得 $\angle 3=40^\circ$, 所以 $\angle 1=120^\circ$. 因为 $\angle 1+\angle 2=180^\circ$, 所以 $\angle 2=180^\circ-120^\circ=60^\circ$, 故答案为 60° .

9. 【解】(1) 因为 $\angle EOD=90^\circ, \angle FOD=20^\circ$, 所以 $\angle EOF=\angle EOD-\angle FOD=70^\circ$.
因为 OF 是 $\angle EOB$ 的平分线, 所以 $\angle BOF=\angle EOF=70^\circ$, 所以 $\angle BOD=\angle BOF-\angle FOD=50^\circ$, 所以 $\angle AOC=\angle BOD=50^\circ$.
(2) 设 $\angle BOD=x^\circ$, 则 $\angle EOD=2x^\circ$. 因为 $\angle FOD=20^\circ$, 所以 $\angle EOF=\angle EOD-\angle FOD=(2x-20)^\circ, \angle BOF=\angle DOF+\angle BOD=(x+20)^\circ$.
因为 OF 是 $\angle EOB$ 的平分线, 所以 $\angle BOF=\angle EOF$, 所以 $2x-20=x+20$, 所以 $x=40$, 所以 $\angle BOD=40^\circ$, 所以 $\angle AOD=180^\circ-\angle BOD=140^\circ$.

课时 2 垂直及垂线段

刷基础

1. B 【解析】因为 $OE\perp AB$, 所以 $\angle EOB=90^\circ$. 因为 $\angle COE=54^\circ$, 所以 $\angle AOD=\angle COB=\angle EOB-\angle COE=90^\circ-54^\circ=36^\circ$, 所以 $\angle AOC=180^\circ-\angle COB=180^\circ-36^\circ=144^\circ$. 因为 OF 平分 $\angle AOC$, 所以 $\angle AOF=\angle COF=\frac{1}{2}\angle AOC=72^\circ$, 所以 $\angle DOF=\angle AOF+\angle AOD=72^\circ+36^\circ=108^\circ$. 故选 B.

刷有所得
两条直线相交有一个交点, 在交点处有两对对顶角; 三条直线交于一点, 在交点处有六对对顶角.

2. ①②④ 【解析】因为 $OE \perp CD$, 直线 AB, CD 相交于点 O , 所以① $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 互为对顶角, 正确; ② $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$, 正确; ③ $\angle 5$ 与 $\angle 4$ 互为余角, 故原结论错误; ④ $\angle 5 = \angle 1 + \angle 5 - \angle 1 = \angle 3 - \angle 1$, 正确. 故答案为①②④.

3. 【解】(1) $OE \perp OF$. 理由如下:

因为直线 AB, CD 相交于点 O , 所以 $\angle BOD + \angle BOC = 180^\circ$.

因为 OE 平分 $\angle BOD$, OF 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle BOF = \frac{1}{2} \angle BOC$, $\angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOD$,

所以 $\angle BOF + \angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOC + \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} (\angle BOC + \angle BOD) = 90^\circ$, 即 $\angle EOF = 90^\circ$, 所以 $OE \perp OF$.

(2) 由(1)得 $\angle EOF = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$.

因为 $\angle 2 : \angle 1 = 4 : 1$, 所以 $\angle 2 = \frac{4}{5} \times 90^\circ = 72^\circ$,

$\angle 1 = \frac{1}{5} \times 90^\circ = 18^\circ$. 因为 OE 平分 $\angle BOD$,

所以 $\angle AOC = \angle BOD = 2\angle 1 = 36^\circ$, 所以 $\angle AOF = \angle AOC + \angle 2 = 36^\circ + 72^\circ = 108^\circ$.

4. C 【解析】过点 P 画直线 l 的垂线 MN , 用三角尺或量角器操作正确的是 C 选项. 故选 C.

5. B 【解析】由垂线的性质可知①②正确. 故选 B.

6. B 【解析】

- | | |
|---|---|
| A | AD 为过点 A 画线段 BC 所在直线的垂线段, 不符合题意 |
| B | BD 为过点 B 画线段 AC 所在直线的垂线段, 符合题意 |
| C | AD 为过 BC 上一点 D 画线段 AC 所在直线的垂线段, 不符合题意 |
| D | BD 为过线段 AC 所在直线上一点 D 画线段 BC 所在直线的垂线段, 不符合题意 |

7. B 【解析】因为垂线段最短, 所以小明在进行折返跑训练时, 选择到对面的 B 点处折返一次回到 P 点时, 跑过的路程最短. 故答案为 B.

8. 5 【解析】因为 $AB \perp l_1$, 即 $CA \perp AB$, $AC = 5$, 所以点 C 到直线 AB 的距离是 5, 故答案为 5.

归纳总结

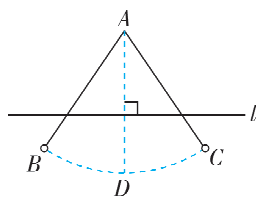
几何图形中在角的位置标记直角符号、题目条件中给出两条直线垂直、题目条件中给出某个角是 90° , 这是垂直的三种表现形式.



刷提升

1. D 【解析】如图, 过点

A 作 $AD \perp l$ 交小球运动路线于点 D . 由图可知, 在小球从左向右摆动的过程中, 小球到点 A 的



距离不变, 小球由点 B 到点 D 的摆动过程中, 系小球的线在水平线 l 上方部分的线段长度越来越短, 所以系小球的线在水平线 l 下方部分的线段长度越来越长; 小球从点 D 到点 C 的摆动过程中, 系小球的线在水平线 l 上方部分的线段长度越来越长, 所以系小球的线在水平线 l 下方部分的线段长度越来越短. 综上所述, 在小球从左向右摆动的过程中, 系小球的线在水平线 l 下方部分的线段长度的变化是先变长, 后变短. 故选 D.

2. A 【解析】依据垂线段最短, 以及两点之间, 线段最短, 可得最节省材料的是 A 选项. 故选 A.

3. A 【解析】过点 C 作 $CH \perp AB$ 于 H . 因为 $AC \perp BC$, 所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CH$. 因为 $AC = 6$, $BC = 8$, $AB = 10$, 所以 $CH = 4.8$, 所以 $PC \geq CH = 4.8$, 所以 PC 的长不可能是 4. 故选 A.

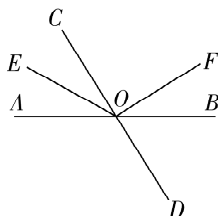
4. 71 【解析】因为 $BG \perp CD$, 所以 $\angle CBG = 90^\circ$. 因为 $\angle ABC = 52^\circ$, 所以 $\angle ABE + \angle FBG = 180^\circ - 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$. 因为 $\angle ABE = \angle FBG$, 所以 $\angle ABE = \angle FBG = 19^\circ$, 所以 $\angle EBC = 19^\circ + 52^\circ = 71^\circ$. 故答案为 71.

5. 149 【解析】因为 $\angle BOD + \angle AOF = 121^\circ$, $\angle BOD + \angle AOF + \angle DOF = 180^\circ$, 所以 $\angle DOF = 180^\circ - (\angle BOD + \angle AOF) = 59^\circ$. 因为 $OE \perp OF$, 所以 $\angle EOF = 90^\circ$, 所以 $\angle COE = 180^\circ - \angle EOF - \angle DOF = 31^\circ$. 因为 OE 平分 $\angle AOC$, 所以 $\angle AOE = \angle COE = 31^\circ$, 所以 $\angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 149^\circ$. 故答案为 149.

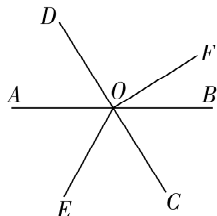
6. 61°或 29° 【解析】如图(1), 当点 F 和点 C 在直线 AB 同侧时, 因为 $OF \perp CD$ 于点 O , 所以 $\angle COF = 90^\circ$. 因为 $\angle BOF = 32^\circ$, 所以 $\angle AOC = 180^\circ - (\angle COF + \angle BOF) = 58^\circ$. 因为 OE 平分 $\angle AOC$, 所以 $\angle COE = \frac{1}{2} \angle AOC = 29^\circ$.

思路分析

根据已知条件求出 $\angle DOF = 59^\circ$, 由垂直定义得到 $\angle EOF = 90^\circ$, 则可得 $\angle COE = 180^\circ - \angle EOF - \angle DOF = 31^\circ$. 由角平分线定义得到 $\angle AOE = \angle COE = 31^\circ$, 即可求出 $\angle BOE$ 的度数.



图(1)



图(2)

如图(2),当点 F 和点 C 在直线 AB 异侧时,因为 $\angle COF = 90^\circ$, $\angle BOF = 32^\circ$,所以 $\angle BOC = \angle COF - \angle BOF = 58^\circ$,所以 $\angle AOC = 180^\circ - \angle BOC = 122^\circ$. 因为 OE 平分 $\angle AOC$,所以 $\angle COE = \frac{1}{2} \angle AOC = 61^\circ$. 综上所述, $\angle COE$ 的度数为 61° 或 29° . 故答案为 61° 或 29° .

刷素养

7. 【解】(1) 因为 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOC = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$.

因为 OE 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle BOE = \angle COE = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$.

因为 $\angle DOC = 90^\circ$, 所以 $\angle DOE = \angle DOC - \angle COE = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$.

(2) $\angle DOE = \frac{1}{2} \angle AOC$. 理由: 因为 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle BOC = 180^\circ - \angle AOC$.

因为 OE 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle BOE = \angle COE = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle AOC) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOC$. 因为 $\angle DOC = 90^\circ$, 所以 $\angle DOE = \angle DOC - \angle COE = 90^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOC) = \frac{1}{2} \angle AOC$, 所以 $\angle DOE = \frac{1}{2} \angle AOC$.

(3) 是定值. $2\angle MON + \angle DOE = 270^\circ$. 因为 OM 平分 $\angle AOC$, 所以 $\angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC$.

由(2)得 $\angle DOE = \frac{1}{2} \angle AOC$, 所以 $\angle COM = \angle DOE$. 因为 ON 平分 $\angle BOE$,

所以 $\angle BON = \angle EON = \frac{1}{2} \angle BOE$. 因为

$\angle BOE = \angle COE = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOC$, 所以

$\angle EON = \frac{1}{2} (90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOC) = 45^\circ - \frac{1}{4} \angle AOC$,

易错警示

题目未给出图形,自己动手画图时一定要考虑全面,小心漏解. 本题需要分当点 F 和点 C 在直线 AB 同侧时和当点 F 和点 C 在直线 AB 异侧时两种情况讨论.

刷有所得

现阶段我们研究直线的位置关系的前提条件是在同一平面内,因为直线是向两边无限延伸的,所以在同一平面内的两条直线如果不平行就一定相交.

所以 $\angle MON = \angle MOC + \angle COE + \angle EON = \frac{1}{2} \angle AOC + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle AOC + 45^\circ - \frac{1}{4} \angle AOC = 135^\circ - \frac{1}{4} \angle AOC$. 因为 $\angle DOE = \frac{1}{2} \angle AOC$,

所以 $\angle MON = 135^\circ - \frac{1}{2} \angle DOE$, 即 $\angle MON + \frac{1}{2} \angle DOE = 135^\circ$, 所以 $2\angle MON + \angle DOE = 270^\circ$.

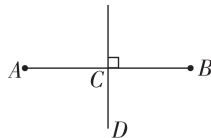
8.2 平行线及其判定

课时1 平行线及平行线基本事实 I

刷基础

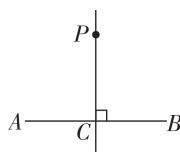
1. B 【解析】画平行线的步骤是“一贴、二靠、三推、四画”,正确的操作步骤是④②①③. 故选 B.

2. 【解】(1) 如图(1)所示, CD 即为所求.

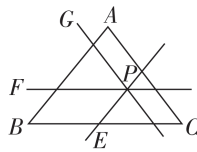


图(1)

(2) 如图(2)所示, PC 即为所求.



图(2)

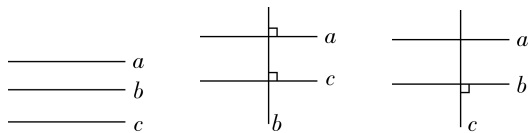


图(3)

(3) 如图(3)所示, PE, PF, PG 即为所求.

3. D 【解析】已知 P 是直线 l 外一点,若 $PA \parallel l$, $PB \parallel l$, 则 P, A, B 三点在同一条直线上,其依据是过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行. 故选 D.

4. A 【解析】根据要求画出图形,如图所示.



根据所画图形可知选项 A 正确. 故选 A.

5. 平行于同一条直线的两条直线平行

【解析】中间的线与两边其中任意一条线平行,那么它就一定与另一条线平行,这其中的数学原理是平行于同一条直线的两条直线平行. 故答案为平行于同一条直线的两条直线平行.

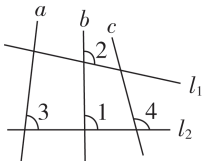
6. (1) $a \parallel b$ (2) $a \parallel b$ (3) a 和 b 相交 (4) a 和 b 相交 (5) $a \parallel b$ 【解析】(1) 同一平面内

的两条直线 a, b , 如果它们没有公共点, 那么 $a \parallel b$. 故答案为 $a \parallel b$. (2) 同一平面内的两条直线 a, b , 如果它们都平行于第三条直线, 那么 $a \parallel b$. 故答案为 $a \parallel b$. (3) 同一平面内的两条直线 a, b , 如果它们有且只有一个公共点, 那么 a 和 b 相交. 故答案为 a 和 b 相交. (4) 过平面内的不在 a, b 上的同一点画它们的平行线, 能画出两条, 则 a 和 b 相交. 故答案为 a 和 b 相交. (5) 过平面内的不在 a, b 上的同一点画它们的平行线, 只能画出一条, 则 $a \parallel b$. 故答案为 $a \parallel b$.

课时2 同位角及平行线基本事实II

刷基础

1. **A** 【解析】因为 AB, CD 被 DE 所截, $\angle D$ 和 $\angle 1$ 分别在 CD 和 AB 的上方, 且都在 ED 的同一侧, 所以 $\angle D$ 的同位角是 $\angle 1$, 故选 A.
2. **B** 【解析】由同位角的定义可知, 选项 B 图形中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不是同位角, 故选 B.
3. **C** 【解析】如图, 根据同位角的定义可知, $\angle 1$ 的同位角有 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$, 一共有 3 个, 故选 C.



4. **B** 【解析】由 $\angle 1 = \angle 3$ 无法推出 $EF \parallel GH$, 故 A 选项不符合题意; 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $AB \parallel CD$, 故 B 选项符合题意; 由 $\angle 1 = \angle 3$ 无法推出 $AB \parallel CD$, 故 C 选项不符合题意; 由 $\angle 1 = \angle 2$ 无法推出 $EF \parallel GH$, 故 D 选项不符合题意. 故选 B.
5. 同位角相等, 两直线平行 【解析】题图中过直线外一点画已知直线的平行线的方法叫“推平行线”法, 其依据是同位角相等, 两直线平行.
6. $\angle A = \angle CBE$ (答案不唯一) 【解析】添加 $\angle A = \angle CBE$, 则根据同位角相等, 两直线平行可得 $AD \parallel BC$. 故答案为 $\angle A = \angle CBE$ (答案不唯一).

7. $a \parallel b$ 【解析】因为 $OA \perp OB$, 所以 $\angle AOB = 90^\circ$. 因为 $\angle 2 = 35^\circ$, 所以 $\angle 3 = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$. 因为 $\angle 1 = 55^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 3$, 所以 $a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行), 故答案为 $a \parallel b$.
8. 【解】因为 $AB \perp BC$ (已知), 所以 $\angle ABC = 90^\circ$ (垂直的定义), 即 $\angle 3 + \angle 4 = 90^\circ$. 又因为 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 且 $\angle 2 = \angle 3$ (已知), 所以 $\angle 1 = \angle 4$

刷有所得

同位角、内错角、同旁内角的区别:

同位角: 在被截直线的同侧, 在截线的同旁; 内错角: 在被截直线之间, 在截线两旁; 同旁内角: 在被截直线之间, 在截线同旁.

关键点拨

在图形中准确识别出截线 and 被截线及其形成的同位角是解题关键.

(等角的余角相等), 所以 $BE \parallel DF$ (同位角相等, 两直线平行). 故答案为 90° ; 垂直的定义; 90° ; 已知; $\angle 1$; $\angle 4$; 等角的余角相等; 同位角相等, 两直线平行.

9. 【解】(1) 因为 $\angle ACE = 50^\circ$, $\angle ACE + \angle ECF = 180^\circ$, 所以 $\angle ECF = 130^\circ$.

因为 CD 平分 $\angle ECF$, 所以 $\angle DCF = \frac{1}{2} \angle ECF = 65^\circ$.

(2) $AB \parallel CE$. 理由如下:

因为 $\angle ACB = \angle DCF$, $\angle B = \angle ACB$, 所以 $\angle DCF = \angle B$.

因为 CD 平分 $\angle ECF$, 所以 $\angle DCE = \angle DCF$, 所以 $\angle B = \angle DCE$, 所以 $AB \parallel CE$.

课时3 内错角、同旁内角及平行线判定定理

刷基础

1. **A** 【解析】

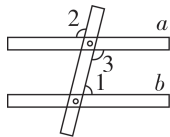
A	$\angle 3$ 和 $\angle E$ 是内错角, 说法错误, 符合题意
B	$\angle B$ 和 $\angle 1$ 是同旁内角, 说法正确, 不符合题意
C	$\angle B$ 和 $\angle 4$ 是同位角, 说法正确, 不符合题意
D	$\angle E$ 和 $\angle 3$ 是内错角, 说法正确, 不符合题意

2. **D** 【解析】A 选项, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 无法推出 $AB \parallel CD$, 故本选项不符合题意; B 选项, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 能推出 $BD \parallel AC$, 不能推出 $AB \parallel CD$, 故本选项不符合题意; C 选项, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 无法推出 $AB \parallel CD$, 故本选项不符合题意; D 选项, 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $AB \parallel CD$, 故本选项符合题意. 故选 D.

3. **D** 【解析】由平行线的判定可知, 当 $\angle 3 = \angle ABC + \angle 1$ 时, $m \parallel n$. 因为 $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle 1 = 20^\circ$, 所以 $\angle 3 = \angle ABC + \angle 1 = 50^\circ$. 故选 D.

4. 【解】因为 BF, DE 分别平分 $\angle ABC$ 与 $\angle ADC$ (已知), 所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC$, $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle ADC$ (角平分线的定义). 因为 $\angle ABC = \angle ADC$ (已知), 所以 $\angle 1 = \angle 2$ (等量代换). 因为 $\angle 1 = \angle 3$ (已知), 所以 $\angle 2 = \angle 3$ (等量代换), 所以 $AB \parallel DC$ (内错角相等, 两直线平行). 故答案为角平分线的定义; 已知; 1; 2; 3; 等量代换; AB ; DC ; 内错角相等, 两直线平行.

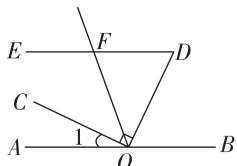
5. **B** 【解析】如图, 因为 $\angle 2 = 105^\circ$, 所以 $\angle 3 = \angle 2 = 105^\circ$. 要使木条 a 与 b 平行, 则 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 1 = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$. 故选 B.



6. 【解】(1) 因为 $\angle EDO$ 与 $\angle 1$ 互余, 所以 $\angle EDO + \angle 1 = 90^\circ$. 又因为 $OC \perp OD$, 所以 $\angle COD = 90^\circ$, 所以 $\angle EDO + \angle 1 + \angle COD = \angle EDO + \angle DOA = 180^\circ$, 所以 $ED \parallel AB$.

(2) 补全图形如图所示.

因为 OF 平分 $\angle COD$ 交 DE 于点 F , 所以 $\angle FOD = 45^\circ$. 因为 $\angle OFD = 70^\circ$, 在三角形 FDO 中, $\angle FOD + \angle OFD + \angle EDO = 180^\circ$, 所以 $45^\circ + 70^\circ + \angle EDO = 180^\circ$, 所以 $\angle EDO = 65^\circ$. 又因为 $\angle EDO$ 与 $\angle 1$ 互余, 所以 $\angle EDO + \angle 1 = 90^\circ$, 所以 $65^\circ + \angle 1 = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 = 25^\circ$.



易错警示

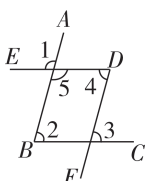
在复杂图形中辨别同位角、同旁内角、内错角, 关键是分清哪两条直线被哪条直线所截. 最简单的方法是两个角公共边所在的直线是截线, 其余两边所在直线是被截线.

易易错

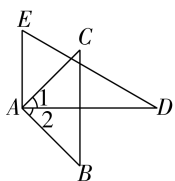
7. **D** 【解析】 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是直线 AB, BC 被 AC 所截形成的同旁内角, 故①正确; $\angle 1$ 与 $\angle ACE$ 是直线 AB, BC 被 AC 所截形成的内错角, 故②正确; $\angle B$ 与 $\angle 4$ 是直线 AB, CD 被 BE 所截形成的同位角, 故③正确; $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是直线 AB, CD 被 AC 所截形成的内错角, 故④正确. 综上, 正确的有①②③④. 故选 D.

刷提升

1. **C** 【解析】如图, A 选项, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 不能得到 $DE \parallel BC$, 所以选项 A 错误, 不符合题意; B 选项, 由 $\angle 2 = \angle 4$ 不能得到 $DE \parallel BC$, 所以选项 B 错误, 不符合题意; C 选项, 因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 5$, 所以 $\angle 5 + \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $DE \parallel BC$, 所以选项 C 正确, 符合题意; 选项 D, 由 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ 不能得到 $DE \parallel BC$, 所以选项 D 错误, 不符合题意. 故选 C.

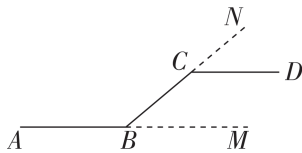


2. **D** 【解析】如图所示. 结论 I: 因为 $\angle 1 = 45^\circ$, 所以 $\angle 2 = 90^\circ - \angle 1 = 45^\circ$, 所以 $\angle BAE = \angle EAD + \angle 2 = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, 所以 $\angle B + \angle BAE = 45^\circ + 135^\circ = 180^\circ$, 所以 $BC \parallel AE$, 故结论 I 正确; 结论 II: 因为 $\angle 1 = 30^\circ$, 所以 $\angle 2 = 90^\circ - \angle 1 =$



60° , 所以 $\angle BAE = \angle EAD + \angle 2 = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$, 所以 $\angle E + \angle BAE = 60^\circ + 150^\circ = 210^\circ$, 所以无法得到 $DE \parallel AB$, 故结论 II 错误.

3. **40** 【解析】如图, 根据题意得 $\angle MBC = 40^\circ$. 要使 $AB \parallel CD$, 则有 $\angle NCD = \angle MBC = 40^\circ$, 所以第二次向右拐的度数是 40° . 故答案为 40.



4. ①⑤ 【解析】①因为 $\angle 1 = 25.5^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle ABC = 55.5^\circ = \angle 2 = 55^\circ 30'$, 所以 $m \parallel n$; ②没有指明 $\angle 1$ 的度数, 当 $\angle 1 \neq 30^\circ$ 时, $\angle 2 \neq \angle 1 + 30^\circ$, 此时直线 m 与 n 不平行, 故 $\angle 2 = 2\angle 1$ 不能判定直线 $m \parallel n$; ③由 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 不能判定直线 $m \parallel n$; ④由 $\angle ACB = \angle 1 + \angle 2$ 不能判定直线 $m \parallel n$; ⑤ $\angle ABC = \angle 2 - \angle 1$, 则 $\angle 2 = \angle ABC + \angle 1$, 能判定直线 $m \parallel n$. 故答案为①⑤.

5. 【解】(1) 因为 OQ 平分 $\angle DOE$, 所以 $\angle EOQ = \angle DOQ$.

因为 $\angle DOQ : \angle DOF = 2 : 5$, 所以设 $\angle DOQ = \angle EOQ = 2x$, 则 $\angle DOF = 5x$. 因为 $\angle EOQ + \angle DOQ + \angle DOF = 180^\circ$, 所以 $2x + 2x + 5x = 180^\circ$, 解得 $x = 20^\circ$, 所以 $\angle FOQ = \angle DOF + \angle DOQ = 5x + 2x = 7x = 140^\circ$.

(2) 因为 $\angle COE + \angle EOD = 180^\circ$, OP, OQ 分别平分 $\angle COE$ 和 $\angle DOE$, 所以 $\angle COP + \angle DOQ = \frac{1}{2} \angle COE + \frac{1}{2} \angle EOD = \frac{1}{2} (\angle COE + \angle EOD) = 90^\circ$. 因为 $\angle OPQ + \angle DOQ = 90^\circ$, 所以 $\angle COP = \angle OPQ$, 所以 $AB \parallel CD$.

6. 【解】(1) 平行线为 $BH \parallel FD, HF \parallel AD, BD \parallel AF$. (2) (答案不唯一) 选择 $BH \parallel FD$. 因为 $\angle HAB = 6 \times 30^\circ = 180^\circ$, 所以点 H, A, B 在同一条直线上. 因为 $\angle FED = 2 \times 90^\circ = 180^\circ$, 所以点 F, E, D 在同一条直线上. 因为 $\angle B = 60^\circ$, $\angle BDF = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$, 所以 $\angle B + \angle BDF = 180^\circ$, 所以 $BH \parallel FD$ (同旁内角互补, 两直线平行).

课时 4 平行线判定定理的综合应用



刷基础

1. **C** 【解析】由 $\angle BDA = \angle CBD$, 可知 $AD \parallel BC$, 故 A 选项错误; 由 $\angle 1 = \angle 2$, 可知 $AB \parallel CD$, 故 B 选项错误; 由 $\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$, 可知

$AD \parallel BC$, 故 C 选项正确; 由 $\angle BAD = \angle CDE$, 可知 $AB \parallel CD$, 故 D 选项错误. 故选 C.

2. D 【解析】A 选项, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 可判定 $EF \parallel AC$, 不能判定 $DE \parallel BC$, 故不符合题意; B 选项, 由 $\angle 4 = \angle C$ 可判定 $EF \parallel AC$, 不能判定 $DE \parallel BC$, 故不符合题意; C 选项, 由 $\angle 3 + \angle C = 180^\circ$ 可判定 $EF \parallel AC$, 不能判定 $DE \parallel BC$, 故不符合题意; D 选项, 由 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ 可判定 $DE \parallel BC$, 故符合题意. 故选 D.

3. D 【解析】①因为 $\angle 2 = \angle 4$, 所以 $AD \parallel BC$ (同位角相等, 两直线平行), 符合题意. ②因为 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, $\angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 5 = \angle 2$, 所以 $GF \parallel HE$. 因为 GF 和 HE 是由 DF 和 CE 折叠得到的, 所以 $FD \parallel EC$, 即 $AD \parallel BC$, 符合题意. ③因为 $\angle 1 = \angle 6$, 由折叠的性质知 $\angle 1 = \angle FEC$, 所以 $\angle 6 = \angle FEC$, 所以 $AD \parallel BC$, 符合题意. ④由折叠的性质知, $\angle GFE = \angle DFE$, 所以 $\angle DFE = \angle 5 + \angle 6$. 因为 $\angle 6 + \angle DFE = 180^\circ$, 所以 $\angle 5 + 2\angle 6 = 180^\circ$. 因为 $\angle 4 = \angle 5$, 所以 $\angle 4 + 2\angle 6 = 180^\circ$. 又因为 $\angle 4 + \angle 1 + \angle FEC = \angle 4 + 2\angle FEC = 180^\circ$, 所以 $\angle 6 = \angle FEC$, 所以 $AD \parallel BC$, 符合题意. 故选 D.

4. $\angle 5 = \angle B$ (答案不唯一) 【解析】因为 $\angle 5 = \angle B$, 所以 $AD \parallel BC$, 所以添加条件 $\angle 5 = \angle B$, 可得 $AD \parallel BC$. 故答案为 $\angle 5 = \angle B$ (答案不唯一).

5. 【解】 $CF \parallel BD$. 方法一: 因为 $BD \perp BE$, 所以 $\angle DBE = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$.

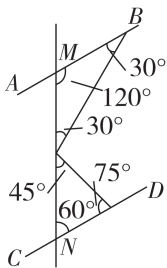
因为 $\angle 1 + \angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle 2 = \angle C$, 所以 $CF \parallel BD$ (同位角相等, 两直线平行).

方法二: 因为 $BD \perp BE$, 所以 $\angle DBE = 90^\circ$. 因为 $\angle 1 + \angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle C + \angle DBC = \angle 1 + \angle DBE + \angle C = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, 所以 $CF \parallel BD$ (同旁内角互补, 两直线平行).

6. 【解】规则 1: 小颖的做法中, 由题意可得 $\angle MAB = \angle MCD = 90^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$, 依据为同位角相等, 两直线平行;

小静的做法中, 由题意可得 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$, 依据为内错角相等, 两直线平行. 故答案为同位角相等, 两直线平行; 内错角相等, 两直线平行.

规则 2: 如图. 由题意可得 $\angle BMN + \angle MND = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$,



关键点拨

当 $AB \parallel CD$ 时, 分三种情况讨论: ①当 AB 与 CD 在 EF 的两侧且 CD 在 EF 左侧时; ②当 CD 旋转到与 AB 都在 EF 的右侧时; ③当 CD 旋转到与 AB 都在 EF 的左侧时.

关键点拨

规则 2: 依据平行线的判定进行画图, 即构造同位角相等或内错角相等或同旁内角互补.

依据为同旁内角互补, 两直线平行. (答案不唯一)



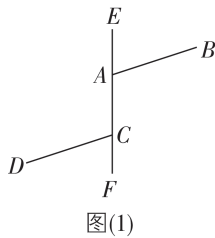
刷提升

1. D 【解析】因为 $\angle A = 30^\circ$, $\angle ACD = 30^\circ$, 所以 $\angle A = \angle ACD$, 所以 $AB \parallel DE$, 故 A 选项不符合题意; 因为 $\angle BCE = 60^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle ACD = 30^\circ$, 所以 $\angle A = \angle ACD$, 所以 $AB \parallel DE$, 故 B 选项不符合题意; 因为 $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel DE$, 故 C 选项不符合题意; 由 $\angle BCE + \angle BCD = 180^\circ$ 不能得出 $AB \parallel DE$, 故 D 选项符合题意. 故选 D.

2. C 【解析】A 选项, 因为 $\angle A = \angle BDF$, 所以 $DF \parallel AC$, 故此选项不符合题意; B 选项, 因为 $\angle A + \angle ADF = 180^\circ$, 所以 $DF \parallel AC$, 故此选项不符合题意; C 选项, 因为 $\angle 2 = \angle 4$, 所以 $DE \parallel BC$, 故此选项符合题意; D 选项, 因为 $\angle 1 = \angle 3$, 所以 $DF \parallel AC$, 故此选项不符合题意. 故选 C.

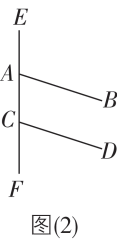
3. ③④ 【解析】①由 $\angle 1 = \angle 2$, 不能判定 $AB \parallel CD$, 不合题意. ②因为 $\angle 3 = \angle 4$, 所以 $BE \parallel FG$, 不合题意. ③因为 $\angle 1 + \angle 3 + \angle BGC = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$, 符合题意. ④因为 $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$, 所以 $AB \parallel CD$, 符合题意. 故答案为 ③④.

4. 2 或 38 【解析】因为 $\angle BAF = 110^\circ$, $\angle DCF = 60^\circ$, 射线 AB, CD 分别绕 A 点, C 点以 1 度/秒和 6 度/秒的速度同时顺时针转动, 时间为 t 秒, 所以当 $AB \parallel CD$ 时, 有以下三种情况: ①如图 (1), 当 AB 与 CD 在 EF 的两侧且 CD 在 EF 左侧时, $\angle ACD = 180^\circ - 60^\circ - (6t)^\circ = 120^\circ - (6t)^\circ$, $\angle BAC = 110^\circ - t^\circ$. 因为 $(180 - 60) \div 6 = 20$, 所以 $0 \leq t < 20$. 要使 $AB \parallel CD$, 则需使 $\angle ACD =$



$\angle BAF$, 即 $120^\circ - (6t)^\circ = 110^\circ - t^\circ$, 解得 $t = 2$.

②如图 (2), 当 CD 旋转到与 AB 都在 EF 的右侧时, $\angle DCF = 360^\circ - 60^\circ - (6t)^\circ = 300^\circ - (6t)^\circ$, $\angle BAC = 110^\circ - t^\circ$. 因为 $(360 - 60) \div 6 = 50$, 所以 $20 < t < 50$. 要使 $AB \parallel CD$, 则需使 $\angle DCF = \angle BAC$,



即 $300^\circ - (6t)^\circ = 110^\circ - t^\circ$, 解得 $t = 38$.

③如图 (3), 当 CD 旋转到与 AB 都在 EF 的左

8.3 平行线的性质



刷基础.....

1. D 【解析】因为 $AC \perp b$ 于点 C , 所以 $\angle ACB = 90^\circ$. 因为 $a \parallel b$, 所以 $\angle ABC = \angle 1 = 60^\circ$, 所以 $\angle 2 = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. 故选 D.

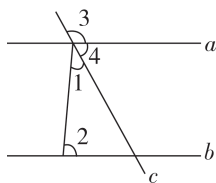
2. A 【解析】因为 $\angle FED = 55^\circ$, $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BFG = \angle DEF = 55^\circ$. 又因为 $\angle HFB = 25^\circ$, 所以 $\angle GFH = \angle BFG - \angle BFH = 55^\circ - 25^\circ = 30^\circ$. 故选 A.

3. D 【解析】因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 2 + \angle 3 = \angle 1 = 110^\circ$. 因为 $\angle 2 = 48^\circ$, 所以 $\angle 3 = 110^\circ - 48^\circ = 62^\circ$. 故选 D.

4. 3 【解析】因为 $GH \parallel BF$, $CD \parallel EF$, 所以 $\angle F = \angle EHG$, $\angle F = \angle BDG$. 因为 $GH \parallel BF$, 所以 $\angle BDG = \angle DGH$, 所以 $\angle F = \angle BDG = \angle DGH$, 所以题图中与 $\angle F$ 相等 (不包括 $\angle F$) 的角有 3 个.

5. B 【解析】因为直线 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 108^\circ$, 所以 $\angle EHD = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$. 因为 HM 平分 $\angle EHD$ 交 AB 于点 M , 所以 $\angle MHD = \frac{1}{2} \angle EHD = 36^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 2 = \angle MHD = 36^\circ$. 故选 B.

6. 119 【解析】如图, 因为 $a \parallel b$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$. 因为 $\angle 1 = 34^\circ$, $\angle 2 = 85^\circ$, 所以 $\angle 4 = 180^\circ - 34^\circ - 85^\circ = 61^\circ$.



因为 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, 所以 $\angle 3 = 119^\circ$. 故答案为 119.

7. 【解】 因为 $AB \parallel CD$, $\angle ADC = 120^\circ$, 所以 $\angle ADC + \angle DAB = 180^\circ$, 所以 $\angle DAB = 60^\circ$. 因为 $\angle DAB = \angle DAE + \angle BAE$, $\angle DAE = 10^\circ$, 所以 $\angle BAE = 50^\circ$. 因为 AF 平分 $\angle BAE$, 所以 $\angle BAF = \angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAE = 25^\circ$.

因为 $AB \parallel EF$, 所以 $\angle AFE = \angle BAF = 25^\circ$.

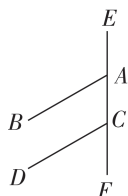
8. 【解】 (1) 因为 $\angle E = \angle EMA$, $\angle BQM = \angle BMQ$, 所以 $\angle E = \angle BQM$, 所以 $EF \parallel BC$, 所以 $\angle 2 + \angle BAC + \angle C = 180^\circ$.

因为 $FP \perp AC$, 所以 $\angle PGC = 90^\circ$.

因为 $\angle 2 + \angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle BAC = 90^\circ$,

所以 $\angle BAC = \angle PGC$, 所以 $AB \parallel FP$, 所以 $\angle 1 = \angle B$.

侧时, $\angle DCF = (6t)^\circ - (180^\circ - 60^\circ + 180^\circ) = (6t)^\circ - 300^\circ$, $\angle BAC = t^\circ - 110^\circ$. 要使 $AB \parallel CD$, 则需使 $\angle DCF = \angle BAC$, 即 $(6t)^\circ - 300^\circ = t^\circ - 110^\circ$, 解得 $t = 38$. 因

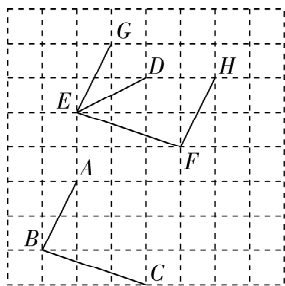


图(3)

因为此时 $t > 50$, $38 < 50$, 所以此情况不存在. 综上所述, 当时间 t 的值为 2 或 38 时, CD 与 AB 平行. 故答案为 2 或 38.

5. 【解】 (1) 如图所示, 点 G , 线段 EG 即为所求.

(2) 如图所示, 点 H , 线段 FH 即为所求. (答案不唯一)



刷素养.....

6. 【解】 (1) 因为 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ + \angle ACD$, 所以 $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ + \angle ACD + \angle ACE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. 因为 $\angle BCD = 110^\circ$, 所以 $\angle ACE = 70^\circ$. 故答案为 70° .

(2) $\angle BCD + \angle ACE = 180^\circ$. 理由如下:

因为 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ + \angle ACD$, 所以 $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ + \angle ACD + \angle ACE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

(3) 分两种情况:

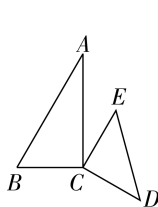
① 如图(1)所示, 当 $\angle BCD = 150^\circ$ 时, $AB \parallel CE$. 理由:

因为 $\angle BCD = 150^\circ$, $\angle ACB = \angle ECD = 90^\circ$, 所以 $\angle ACE = 30^\circ$, 所以 $\angle A = \angle ACE = 30^\circ$, 所以 $AB \parallel CE$.

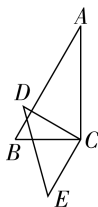
② 如图(2)所示, 当 $\angle BCD = 30^\circ$ 时, $AB \parallel CE$. 理由:

因为 $\angle BCD = 30^\circ$, $\angle DCE = 90^\circ$, 所以 $\angle BCE = 60^\circ$, 所以 $\angle BCE = \angle B = 60^\circ$, 所以 $AB \parallel CE$.

综上所述, 当 $\angle BCD$ 等于 150° 或 30° 时, $CE \parallel AB$.



图(1)



图(2)

思路分析

(1) 根据 $\angle E = \angle EMA$, $\angle BQM = \angle BMQ$, 结合对顶角相等可得 $\angle E = \angle BQM$, 推出 $EF \parallel BC$, 从而得到 $\angle 2 + \angle BAC + \angle C = 180^\circ$, 根据 $FP \perp AC$, 得到 $\angle PGC = 90^\circ$, 由 $\angle 2 + \angle C = 90^\circ$, 得 $\angle BAC = 90^\circ$, 进而得出 $BA \parallel PF$, 即可得出结论;

(2) 根据同旁内角互补可判定 $AB \parallel FP$, 可得 $\angle F + \angle BAF = 180^\circ$, 结合 $\angle BAF = 3\angle F - 20^\circ$ 可求得 $\angle F$ 的度数, 最后根据平行线的性质即可求解.

(2) 因为 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 4 = \angle MNF$, 所以 $\angle 3 + \angle MNF = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel FP$, 所以 $\angle F + \angle BAF = 180^\circ$. 因为 $\angle BAF = 3\angle F - 20^\circ$, 所以 $\angle F + 3\angle F - 20^\circ = 180^\circ$, 所以 $\angle F = 50^\circ$.
因为 $AB \parallel FP$, $EF \parallel BC$, 所以 $\angle B = \angle 1$, $\angle 1 = \angle F$, 所以 $\angle B = \angle F = 50^\circ$.

刷提升

1. **B** 【解析】根据折叠的性质和 $AD \parallel BC$, 得 $\angle DAB = 2\angle 2$, 即 $180^\circ - 2\angle 1 = 2\angle 2$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$. 故选 B.

2. **C** 【解析】如图, 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, $\angle 1 = 28^\circ$, $\angle 3 = 90^\circ$, 所以 $28^\circ + \angle 2 + 90^\circ = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 = 62^\circ$. 因为 $AG \parallel DF$, 所以 $\angle 4 = \angle 2 = 62^\circ$. 因为四边形 $ABCD$ 是长方形, 所以 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle AGB = \angle 4 = 62^\circ$. 故选 C.

3. **115** 【解析】由题意得 $\angle ABO = 45^\circ$, $\angle OCD = 30^\circ$, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$. 因为 $BE \parallel CF$, 所以 $\angle CBE + \angle BCF = 180^\circ$, 则 $\angle 1 + \angle ABO + \angle 3 + \angle 4 + \angle OCD + \angle 2 = 180^\circ$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 = 70^\circ$, 所以 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ - 70^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 35^\circ$. 因为 $\angle 3 : \angle 4 = 4 : 3$, 所以 $\angle 3 = \frac{4}{7} \times 35^\circ = 20^\circ$, 所以 $\angle ABC = \angle ABO + \angle 3 = 65^\circ$. 因为 $EF \parallel BC$, 所以 $\angle ABC + \angle DAB = 180^\circ$, 所以 $\angle DAB = 115^\circ$. 故答案为 115.

4. **96°** 【解析】如图, 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 所以 $\angle FEC + \angle DCE = 180^\circ$. 因为 $\angle DCE = 124^\circ$, $\angle AEC = 28^\circ$, 所以 $\angle FEC = 180^\circ - \angle DCE = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$, 所以 $\angle FEA = \angle FEC + \angle AEC = 56^\circ + 28^\circ = 84^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $EF \parallel AB$, 所以 $\angle BAE = 180^\circ - \angle FEA = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$. 所以 $\angle BAE$ 的度数为 96° . 故答案为 96° .

5. 【解】(1) 因为 $AM \parallel BN$, 所以 $\angle ABN + \angle A = 180^\circ$, 所以 $\angle ABN = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, 所以 $\angle ABP + \angle PBN = 120^\circ$. 因为 BC 平分 $\angle ABP$, BD 平分 $\angle PBN$, 所以 $\angle ABP = 2\angle CBP$, $\angle PBN = 2\angle DBP$, 所以 $2\angle CBP + 2\angle DBP = 120^\circ$, 所以 $\angle CBD = \angle CBP + \angle DBP = 60^\circ$.
(2) 不变, $\angle APB : \angle ADB = 2 : 1$.

关键点拨

解决此类问题的关键是过拐点作已知直线的平行线, 然后利用平行线的性质进行求解.

关键点拨

解决此题的关键是过点 E 作 $EF \parallel CD$, 构造 $\angle DCE$ 和 $\angle BAE$ 的同旁内角, 进而利用平行线的性质求解.

关键点拨

(3) 由平行线的性质可得 $\angle ACB = \angle CBN$, 再结合条件可得到 $\angle DBN = \angle ABC$, 从而求解.

因为 $AM \parallel BN$, 所以 $\angle APB = \angle PBN$, $\angle ADB = \angle DBN$. 因为 BD 平分 $\angle PBN$, 所以 $\angle PBN = 2\angle DBN$, 所以 $\angle APB : \angle ADB = 2 : 1$.

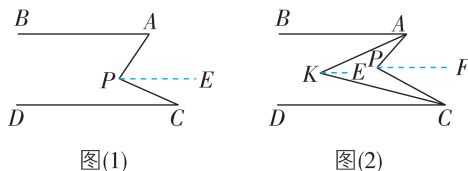
(3) 因为 $AM \parallel BN$, 所以 $\angle ACB = \angle CBN$. 当 $\angle ACB = \angle ABD$ 时, 有 $\angle CBN = \angle ABD$, 所以 $\angle CBD + \angle DBN = \angle ABC + \angle CBD$, 所以 $\angle DBN = \angle ABC$.

由(1)可知 $\angle ABN = 120^\circ$, $\angle CBD = 60^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle DBN = 60^\circ$, 所以 $\angle ABC = 30^\circ$.

刷素养

6. 【解】(1) 如图(1), 过 P 作 $PE \parallel AB$.

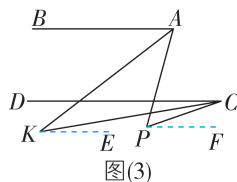
因为 $AB \parallel CD$, 所以 $PE \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle APE = \angle BAP$, $\angle CPE = \angle DCP$. 因为 $\angle BAP = 56^\circ$, $\angle DCP = 24^\circ$, 所以 $\angle APC = \angle APE + \angle CPE = \angle BAP + \angle DCP = 56^\circ + 24^\circ = 80^\circ$.



(2) $2\angle AKC = \angle APC$. 理由如下:
如图(2), 过 K 作 $KE \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $KE \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle AKE = \angle BAK$, $\angle CKE = \angle DCK$, 所以 $\angle AKC = \angle AKE + \angle CKE = \angle BAK + \angle DCK$.
过 P 作 $PF \parallel AB$. 同理可得 $\angle APC = \angle BAP + \angle DCP$. 因为 $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的平分线相交于点 K , 所以 $\angle DCK = \frac{1}{2} \angle DCP$, $\angle BAK = \frac{1}{2} \angle BAP$, 所以 $\angle BAK + \angle DCK = \frac{1}{2} \angle BAP + \frac{1}{2} \angle DCP = \frac{1}{2} (\angle BAP + \angle DCP) = \frac{1}{2} \angle APC$, 所以 $2\angle AKC = \angle APC$.

(3) $2\angle AKC = \angle APC$. 理由如下:

如图(3), 过 K 作 $KE \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $KE \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle BAK = \angle AKE$, $\angle DCK = \angle CKE$, 所以 $\angle AKC = \angle AKE - \angle CKE = \angle BAK - \angle DCK$.
过 P 作 $PF \parallel AB$. 同理可得 $\angle APC = \angle BAP - \angle DCP$. 因为 $\angle BAP$ 与 $\angle DCP$ 的平分线相交



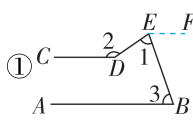
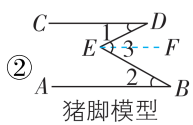
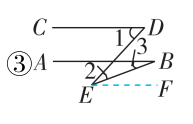
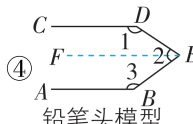
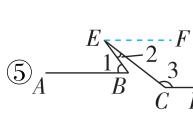
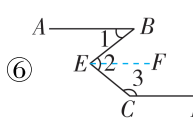
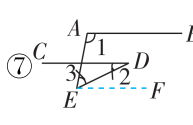
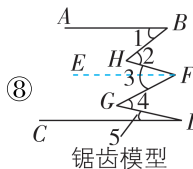
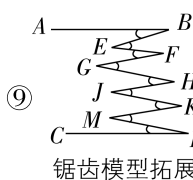
于点 K , 所以 $\angle BAK = \frac{1}{2} \angle BAP$, $\angle DCK = \frac{1}{2} \angle DCP$, 所以 $\angle BAK - \angle DCK = \frac{1}{2} \angle BAP - \frac{1}{2} \angle DCP = \frac{1}{2} (\angle BAP - \angle DCP) = \frac{1}{2} \angle APC$, 所以 $2\angle AKC = \angle APC$.

大招专题 1 平行线中常见的辅助线

刷难关

大招解读 | 过“拐点”作平行线

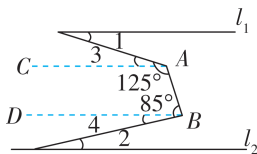
平行线问题中遇到拐点时,通常过这个拐点作一条直线与已知两条平行线平行,然后利用平行线的性质进行角度的转换与计算.

- ①  已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2$.
- ②  已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
猪脚模型
结论: $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$.
- ③  已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$.
- ④  已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
铅笔头模型
结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.
- ⑤  已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.
- ⑥  已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 2 + \angle 3 - \angle 1 = 180^\circ$.
- ⑦  已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel CD$ (或 AB).
结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.
- ⑧  已知: $AB \parallel CD$.
作 $EF \parallel AB$ (或 CD).
锯齿模型
结论: $\angle 2 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5$.
- ⑨  已知: $AB \parallel CD$.
结论: $\angle E + \angle G + \angle J + \angle M = \angle B + \angle F + \angle H + \angle K + \angle D$.
锯齿模型拓展

刷有所得

当一组平行线间有一个拐点时,可以延长线段,也可以过拐点作平行线.当一组平行线间有多个拐点时,直接过拐点作平行线即可.

$\angle 2$. 因为 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $AC \parallel BD$, 所以 $\angle CAB + \angle ABD = 180^\circ$, 所以 $\angle 3 + \angle 4 = 125^\circ + 85^\circ - 180^\circ = 30^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 30^\circ$. 因为 $\angle 1 = \angle 2 + 4^\circ$, 所以 $\angle 1 = 17^\circ$.



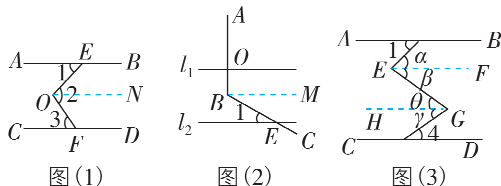
2. 【解】(1) $\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$.

理由:如图(1),过点 O 作 $ON \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $ON \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle 1 = \angle EON$, $\angle 3 = \angle NOF$, 所以 $\angle 1 + \angle 3 = \angle EON + \angle NOF = \angle EOF$, 即 $\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$.

(2)如图(2),过 B 作 $BM \parallel l_1$, 则 $BM \parallel l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle MBC = \angle 1 = 30^\circ$.

因为 $AB \perp l_1$, 则 $AB \perp BM$, 所以 $\angle ABM = 90^\circ$, 所以 $\angle ABC = \angle ABM + \angle MBC = 120^\circ$.

故答案为 120° .



(3) $\angle 1 + \angle 3 + \dots + \angle 2n-1 = \angle 2 + \angle 4 + \dots + \angle 2n$.

如图(3),取有限个角,并过点 E 作 $EF \parallel AB$, 则 $\angle 1 = \angle \alpha$, 过点 G 作 $GH \parallel EF$, 则 $\angle \theta = \angle \beta$, $GH \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $CD \parallel GH$, 所以 $\angle \gamma = \angle 4$, 所以 $\angle 1 + \angle \theta + \angle \gamma = \angle \alpha + \angle \beta + \angle 4$, 由此推得 $\angle 1 + \angle 3 + \dots + \angle 2n-1 = \angle 2 + \angle 4 + \dots + \angle 2n$.

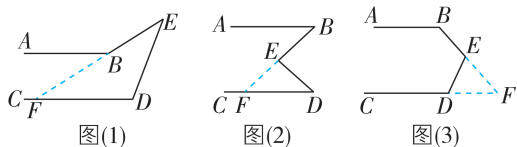
大招解读 | 延长截线

已知 $AB \parallel CD$.

如图(1),延长 EB 交 CD 于 F . 结论: $\angle ABE = \angle E + \angle D$.

如图(2),延长 BE 交 CD 于 F . 结论: $\angle BED = \angle B + \angle D$.

如图(3),延长 BE, CD 交于点 F . 结论: $\angle BED = 360^\circ - \angle B - \angle CDE$.



1. 17° 【解析】如图,过点 A 作 l_1 的平行线 AC , 过点 B 作 l_2 的平行线 BD , 则 $\angle 3 = \angle 1$, $\angle 4 =$

行角的转换,从而解题.

3. 【解】如图,延长 BE 交直线 CD 于 G .

因为 $AB \parallel CD$, $\angle B = 50^\circ$, 所以 $\angle BGD =$

$\angle B = 50^\circ$.

因为 $EF \perp CD$, 所以 $\angle EFC = 90^\circ$, 所以 $\angle GEF = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$, 所以 $\angle BEF = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

4. 【解】(1) 因为 $HF \parallel GE$, 所以 $\angle HFE + \angle GEF = 180^\circ$.

又因为 $\angle HGE = \angle HFE$, 所以 $\angle HGE + \angle GEF = 180^\circ$, 所以 $GH \parallel EF$.

(2) 如图, 延长 EF 交 CD 于点 I .

因为 $GH \parallel EF$,

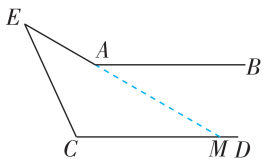
所以 $\angle CMH = \angle MIF$.

又因为 $AB \parallel CD$, 所以

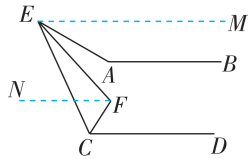
$\angle MIF = \angle BNE$, 所以 $\angle CMH = \angle BNE$.

5. 【解】(1) 如图(1), 延长 EA 交 CD 于点 M . 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle EAB = \angle EMD$.

因为 $\angle EMD + \angle EMC = 180^\circ$, $\angle E + \angle C + \angle EMC = 180^\circ$, 所以 $\angle EMD = \angle C + \angle E$, 所以 $\angle EAB = \angle C + \angle E$, 所以 $\angle EAB - \angle C = \angle E$.



图(1)



图(2)

(2) 如图(2), 过点 E 作 $EM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$.

因为 $AB \parallel CD$, 所以 $EM \parallel AB \parallel NF \parallel CD$, 所以 $\angle NFC = \angle FCD$, $\angle EFN = \angle FEM$, $\angle AEM + \angle A = 180^\circ$.

因为 EF 平分 $\angle AEC$, CF 平分 $\angle ECD$, 所以

$$\angle AEF = \frac{1}{2} \angle AEC, \angle FCD = \frac{1}{2} \angle ECD,$$

$$\text{所以 } \angle FEM = \angle AEF + \angle AEM = \frac{1}{2} \angle AEC +$$

$$180^\circ - \angle A, \angle NFC = \frac{1}{2} \angle ECD, \text{所以 } \angle EFN =$$

$$\angle FEM = \frac{1}{2} \angle AEC + 180^\circ - \angle A, \text{所以 } \angle EFN +$$

$$\angle NFC = \frac{1}{2} \angle AEC + \frac{1}{2} \angle ECD + 180^\circ - \angle A =$$

$$105^\circ, \text{即 } \angle AEC + \angle ECD = 2\angle A - 150^\circ.$$

由(1)知, $\angle A - \angle ECD = \angle AEC$, 所以 $\angle AEC + \angle ECD = \angle A$, 所以 $\angle A = 2\angle A - 150^\circ$, 所以 $\angle A = 150^\circ$.

关键点拨

(1) 根据“两直线平行, 同旁内角互补”和“同旁内角互补, 两直线平行”说明即可;

(2) 延长 EF 交 CD 于点 I , 根据平行线的性质和角的等量代换说明即可.

关键点拨

(1) 延长 EA 交 CD 于点 M , 利用平行线的性质及三角形内角和定理即可得解;

(2) 过点 E 作 $EM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$, 则 $EM \parallel AB \parallel FN \parallel CD$, 根据平行线的性质及角平分线的定义求解即可.

全章综合训练



刷中考

1. B 【解析】因为 $\angle 2 = \angle BOC = \angle COM + \angle 1$, 所以 $\angle COM = \angle 2 - \angle 1 = 120^\circ - 40^\circ = 80^\circ$. 故选 B.

2. C 【解析】由题图可得, 所量内角的邻补角是 60° , 所以所量内角的度数为 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. 故选 C.

3. B 【解析】因为 $OE \perp OC$, 所以 $\angle COE = 90^\circ$. 因为 $\angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ$, $\angle AOC = 58^\circ$, 所以 $\angle EOB = 180^\circ - 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$, 故选 B.

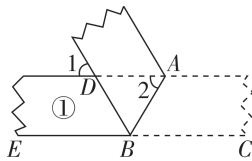
4. A 【解析】因为 $OB \perp AB$, 所以 $OA > OB$, 即得到 F_1 的力臂 OA 大于 F_2 的力臂 OB , 其体现的数学依据是垂线段最短, 故选 A.

5. B 【解析】因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以幸福大街与平安大街互相平行, 判断的依据是内错角相等, 两直线平行. 故选 B.

6. D 【解析】如图, 对于

纸带①, 因为 $\angle 1 = \angle 2 = 59^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle ADB = 59^\circ$, 所以

$\angle DBA = 180^\circ - 59^\circ - 59^\circ = 62^\circ$. 因为 $\angle ABC = \angle DBA = 62^\circ$, 所以 $\angle 2 \neq \angle ABC$, 所以 AD 与 BC 不平行. 对于纸带②, 由折叠的性质得, $\angle CGH = \angle DGH$, $\angle EHG = \angle FHG$. 又因为点 C, G, D 在同一直线上, 点 E, H, F 也在同一直线上, 所以 $\angle CGH + \angle DGH = 180^\circ$, $\angle EHG + \angle FHG = 180^\circ$, 所以 $\angle EHG = \angle FHG = 90^\circ$, $\angle CGH = \angle DGH = 90^\circ$, 所以 $\angle EHG + \angle CGH = 180^\circ$, 所以 $CD \parallel EF$. 综上所述, 纸带①的边线不平行, 纸带②的边线平行, 故选 D.

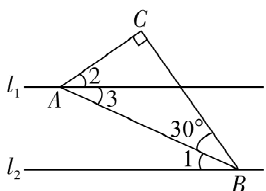


7. C 【解析】因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$. 因为 $\angle ABC = 70^\circ$, 所以 $\angle BAD = 110^\circ$, 故选 C.

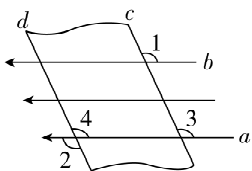
8. B 【解析】因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AEG = \angle 2 = 50^\circ$. 因为 $\angle 1 = 70^\circ$, 所以 $\angle GEF = 180^\circ - \angle 1 - \angle AEG = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$. 故选 B.

9. B 【解析】因为 $CB \parallel OA$, 所以 $\angle CBO = \angle BOA = 122^\circ$. 因为 $\angle BON = 90^\circ$, 所以 $\angle AON = 122^\circ - 90^\circ = 32^\circ$. 故选 B.

10. **B** 【解析】如图, 因为 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle 3 = \angle 1 = 25^\circ$. 因为在三角尺 ABC 中, $\angle CAB = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, 所以 $\angle 2 = \angle CAB - \angle 3 = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$. 故选 B.

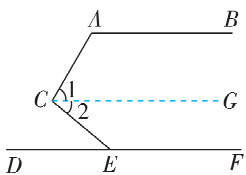


11. **D** 【解析】如图, 因为 $\angle 1 = 115^\circ$, $a \parallel b$, 所以 $\angle 3 = \angle 1 = 115^\circ$. 因为 $c \parallel d$, 所以 $\angle 4 = \angle 3 = 115^\circ$, 所以 $\angle 2 = \angle 4 = 115^\circ$. 故选 D.

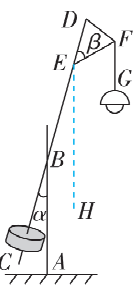


12. 45° 【解析】因为 $a \parallel b$, 所以在空气中的两条光线也平行, 所以 $\angle 1 = \angle 2$. 因为 $\angle 1 = 45^\circ$, 所以 $\angle 2 = 45^\circ$. 故答案为 45° .

13. **B** 【解析】如图, 过点 C 作 $CG \parallel AB$. 因为 $DF \parallel AB$, 所以 $DF \parallel AB \parallel CG$, 所以 $\angle 1 + \angle CAB = 180^\circ$, $\angle 2 = \angle CED$. 因为 $\angle BAC = 120^\circ$, 所以 $\angle 1 = 60^\circ$. 因为 $\angle ACE = 100^\circ$, 所以 $\angle 2 = \angle ACE - \angle 1 = 40^\circ$, 所以 $\angle CED = \angle 2 = 40^\circ$. 故选 B.



14. **A** 【解析】如图, 过点 E 作 $EH \parallel AB$. 因为 $AB \parallel FG$, 所以 $AB \parallel EH \parallel FG$, 所以 $\angle BEH = \alpha = 15^\circ$, $\angle FEH + \angle EFG = 180^\circ$. 因为 $\beta = 45^\circ$, 所以 $\angle FEH = 180^\circ - 45^\circ - 15^\circ = 120^\circ$, 所以 $\angle EFG = 180^\circ - \angle FEH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, 所以 EF 与 FG 所成锐角的度数为 60° , 故选 A.



关键点拨

过点 E 作 $EF \parallel AB$, 得到 $EF \parallel CD$, 构造同旁内角和内错角是本题解题关键.

思路分析

过点 E 作 $EH \parallel AB$, 可得 $AB \parallel EH \parallel FG$, 即得 $\angle BEH = \alpha = 15^\circ$, $\angle FEH + \angle EFG = 180^\circ$, 再结合 $\beta = 45^\circ$ 求出 $\angle FEH$ 的度数即可求解.

行, 说法正确, 故符合题意; C 选项, 互补的两个角不一定互为邻补角, 原说法错误, 故不符合题意; D 选项, 如果一个角的两边分别与另一个角的两边平行, 那么这两个角相等或互补, 原说法错误, 故不符合题意. 故选 B.

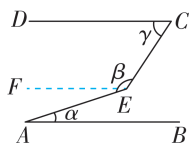
2. **D** 【解析】A、B、C 选项, AD 与 BC 不垂直, 所以线段 AD 的长均不能表示点 A 到直线 BC 的距离, 故不符合题意; D 选项, $AD \perp BC$ 于 D , 所以线段 AD 的长表示点 A 到直线 BC 的距离, 故符合题意. 故选 D.

3. **A** 【解析】因为 $\angle COE = 120^\circ$, $\angle COE + \angle DOE = 180^\circ$, 所以 $\angle DOE = 60^\circ$. 因为 $\angle BOE : \angle EOD = 3 : 5$, 所以 $\angle BOE = 36^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle DOE + \angle BOE = 96^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle BOD = 96^\circ$, 故选 A.

4. **C** 【解析】A 选项, 当 $\angle A = \angle CFD$ 时, 可判定 $AB \parallel DF$, 无法判定 $AC \parallel DE$, 故不合题意; B 选项, 当 $\angle DEA = \angle A$ 时, 无法判定 $AC \parallel DE$, 故不合题意; C 选项, 当 $\angle CFD = \angle EDF$ 时, 可判定 $AC \parallel DE$, 故符合题意; D 选项, 当 $\angle A + \angle AFD = 180^\circ$ 时, 可判定 $AB \parallel DF$, 无法判定 $AC \parallel DE$, 故不合题意. 故选 C.

5. **A** 【解析】因为 $AB \parallel CD$, $\angle DCE = 62^\circ$, 所以 $\angle ACD = \angle FAB = 96^\circ$, 所以 $\angle ACB = \angle ACD - \angle DCE = 34^\circ$. 因为 $AC \parallel DE$, 所以 $\angle E = \angle ACB = 34^\circ$. 故选 A.

6. **A** 【解析】如图, 过点 E 作 $EF \parallel AB$, 则 $EF \parallel CD$, 所以 $\angle \gamma + \angle FEC = 180^\circ$, $\angle FEA = \angle \alpha$. 因为 $\angle AEF + \angle FEC = \angle \beta$, 所以 $\angle \gamma + \angle \beta - \angle AEF = 180^\circ$, 所以 $\angle \gamma + \angle \beta - \angle \alpha = 180^\circ$, 故选 A.



7. **D** 【解析】根据折叠得 $\angle ABC = \angle A'BC$, $\angle EBD = \angle E'BD$. 因为 $\angle ABC + \angle A'BC + \angle EBD + \angle E'BD = 180^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle EBD = 90^\circ$. 因为 $\angle ABC = 52^\circ$, 所以 $\angle EBD = 38^\circ$. 故选 D.

8. **D** 【解析】① 因为 $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$, 所以 $AB \parallel EF$, 故①正确. ② 因为 $AC \perp CE$, 所以 $\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$. 因为 AE 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAE = \angle 1$, 即 $\angle BAC = 2\angle 1$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 2 + \angle BAC = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 + 2\angle 1 = 180^\circ$, 即 $\angle 2 =$

刷章测

1. **B** 【解析】A 选项, 同旁内角互补, 两直线平行, 原说法错误, 故不符合题意; B 选项, 在同一平面内, 垂直于同一条直线的两条直线平

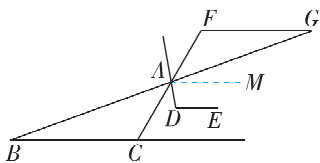
$180^\circ - 2\angle 1$. 因为 $\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$, 所以 $180^\circ - 2\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$, 即 $2\angle 1 - \angle 4 = 90^\circ$, 故②正确. ③由①可得 $AB \parallel EF$, 所以 $\angle BAE + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, 即 $\angle 1 = 180^\circ - \angle 3$. 又因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BAC + \angle 2 = 180^\circ$, 即 $2\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. 将 $\angle 1 = 180^\circ - \angle 3$ 代入 $2\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 化简可得 $2\angle 3 - \angle 2 = 180^\circ$, 故③正确. ④因为 $\angle 2 + \angle 4 = 90^\circ$, $2\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $2\angle 1 - \angle 4 = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 = 45^\circ + \frac{1}{2}\angle 4$. 因为 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 3 + \frac{1}{2}\angle 4 = 135^\circ$, 故④正确. 正确的结论有 4 个, 故选 D.

9. 40° 【解析】因为 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle 1 = 50^\circ$, 所以 $\angle ACB = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$. 因为 $a \parallel b$, 所以 $\angle 2 = \angle ACB = 40^\circ$, 故答案为 40° .

10. $\angle 5 = \angle A$ (答案不唯一) 【解析】添加条件 $\angle 5 = \angle A$ (答案不唯一). 理由: 因为 $\angle 5 = \angle A$, 所以 $AE \parallel BF$ (同位角相等, 两直线平行), 故答案为 $\angle 5 = \angle A$ (答案不唯一).

11. 16 【解析】观察发现, 同位角有 $\angle 1$ 与 $\angle C$, $\angle 5$ 与 $\angle C$, 共 2 对; 内错角有 $\angle 2$ 与 $\angle 4$, $\angle 3$ 与 $\angle 5$, 共 2 对; 同旁内角有 $\angle 2$ 与 $\angle 5$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$, $\angle 4$ 与 $\angle C$, $\angle 3$ 与 $\angle C$, 共 4 对, 所以 $a = 2, b = 2, c = 4$, 所以 $abc = 2 \times 2 \times 4 = 16$.

12. 20° 【解析】如图, 过点 A 作 $AM \parallel DE$. 因为 $FG \parallel DE$, 所以 $AM \parallel FG \parallel DE$, 所以 $\angle MAD + \angle ADE = 180^\circ$, $\angle GAM = \angle G$. 因为 $\angle ADE = 100^\circ$, 所以 $\angle MAD = 180^\circ - \angle ADE = 80^\circ$. 因为 $\angle FAG = 40^\circ$, 所以 $\angle BAC = \angle FAG = 40^\circ$. 因为 AC 平分 $\angle BAD$, 所以 $\angle BAD = 2\angle BAC = 80^\circ$, 所以 $\angle GAM = 180^\circ - \angle BAD - \angle MAD = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$, 所以 $\angle G = \angle GAM = 20^\circ$, 故答案为 20° .



13. 【解】(1) 根据题意得 $\angle BOD = \angle AOC = 66^\circ$. 因为 OE 平分 $\angle BOD$, 所以 $\angle DOE = \angle BOE = \frac{1}{2}\angle BOD = 33^\circ$. 因为 $OF \perp CD$, 所以 $\angle FOD = 90^\circ$, 所以 $\angle EOF = \angle FOD - \angle DOE = 57^\circ$. (2) 根据题意得 $\angle BOD = \angle AOC = n^\circ$. 因为 OE 平分 $\angle BOD$, 所以 $\angle DOE = \angle BOE =$

$\frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2}n^\circ$. 因为 $OF \perp CD$, 所以 $\angle FOD = 90^\circ$, 所以 $\angle EOF = \angle FOD - \angle DOE = 90^\circ - \frac{1}{2}n^\circ$.

(3) 因为 OE 平分 $\angle BOD$, 所以 $\angle DOE = \angle BOE = \frac{1}{2}\angle BOD$.

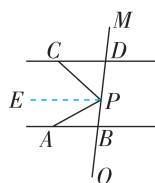
设 $\angle BOF = x^\circ$. 因为 $\angle BOE$ 比 $\angle BOF$ 大 24° , 所以 $\angle BOE = 24^\circ + x^\circ$, 所以 $\angle DOE = 24^\circ + x^\circ$. 因为 $OF \perp CD$, 所以 $\angle FOC = \angle FOD = 90^\circ$, 所以 $\angle DOE + \angle BOE + \angle BOF = 90^\circ$, 即 $24^\circ + x^\circ + 24^\circ + x^\circ + x^\circ = 90^\circ$, 解得 $x = 14$, 所以 $\angle BOF = 14^\circ$, $\angle BOE = 38^\circ$, 所以 $\angle COE = \angle FOC + \angle BOF + \angle BOE = 142^\circ$.

14. 【解】(1) $EF \parallel AB$. 理由: 因为 $CD \parallel AB$, $\angle DCB = 70^\circ$, 所以 $\angle ABC = \angle DCB = 70^\circ$. 因为 $\angle CBF = 20^\circ$, 所以 $\angle ABF = \angle ABC - \angle CBF = 50^\circ$. 因为 $\angle EFB = 130^\circ$, 所以 $\angle ABF + \angle EFB = 50^\circ + 130^\circ = 180^\circ$, 所以 $EF \parallel AB$.

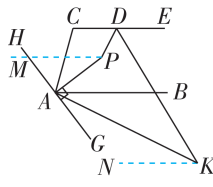
(2) 因为 $EF \parallel AB, CD \parallel AB$, 所以 $EF \parallel CD$. 因为 $\angle CEF = 68^\circ$, 所以 $\angle ECD = 112^\circ$. 因为 $\angle DCB = 70^\circ$, 所以 $\angle ACB = \angle ECD - \angle DCB = 42^\circ$.

15. 【解】(1) 过点 P 作 $PE \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel CD \parallel PE$, 所以 $\angle BAP + \angle APE = 180^\circ$, $\angle DCP + \angle CPE = 180^\circ$, 所以 $\angle BAP + \angle APE + \angle DCP + \angle CPE = 360^\circ$, 即 $\angle BAP + \angle APC + \angle DCP = 360^\circ$. 因为 $\angle BAP = 130^\circ$, $\angle DCP = 120^\circ$, 所以 $\angle APC = 360^\circ - 130^\circ - 120^\circ = 110^\circ$. 故 $\angle APC$ 的度数为 110° .

(2) $\angle APC = \alpha + \beta$. 理由如下: 如图(1), 过点 P 作 $PE \parallel AB$, 所以 $AB \parallel CD \parallel PE$, 所以 $\angle CPE = \angle PCD$, $\angle EPA = \angle PAB$, 所以 $\angle APC = \angle CPE + \angle EPA = \angle PCD + \angle PAB$. 因为 $\angle PAB = \alpha$, $\angle PCD = \beta$, 所以 $\angle APC = \alpha + \beta$.



图(1)



图(2)

(3) $\angle DPA = 2\angle AKD + 90^\circ$. 如图(2), 过点 P 作 $PM \parallel AB$, 过点 K 作 $KN \parallel AB$, 则 $PM \parallel AB \parallel KN \parallel CD$, 所以 $\angle DPM = \angle PDE$, $\angle MPA =$

$\angle PAB, \angle NKD = \angle KDE, \angle NKA = \angle BAK$,
所以 $\angle DPA = \angle DPM + \angle MPA = \angle PDE + \angle PAB$. 因为 DK 平分 $\angle PDE, PA$ 垂直于 AG ,
 AK 平分 $\angle GAB$, 所以 $\angle PDE = 2\angle KDE$,
 $\angle PAG = 90^\circ, \angle BAG = 2\angle KAB$, 所以 $\angle PAB =$

$90^\circ - 2\angle KAB$, 所以 $\angle DPA = \angle PDE + \angle PAB =$
 $2\angle KDE + 90^\circ - 2\angle KAB = 90^\circ + 2(\angle KDE -$
 $\angle NKA) = 90^\circ + 2(\angle NKD - \angle NKA) = 90^\circ +$
 $2\angle AKD$. 故 $\angle DPA = 2\angle AKD + 90^\circ$.

第9章 二元一次方程组

9.1 认识二元一次方程组



刷基础

1. B 【解析】A 选项有二次项, 不符合题意;
B 选项是二元一次方程, 符合题意; C 选项有
二次项, 不符合题意; D 选项有三个未知数,
不符合题意. 故选 B.

2. C 【解析】A、D 选项中的第二个方程均为二
次方程, B 选项有三个未知数, 不符合题意. 故
选 C.

3. $\frac{3}{8}$ 【解析】由题意得, $4m+3=1, m-2n=1$, 解
得 $m=-\frac{1}{2}, n=-\frac{3}{4}$, 所以 $mn=-\frac{1}{2} \times (-\frac{3}{4}) =$
 $\frac{3}{8}$, 故答案为 $\frac{3}{8}$.

4. 【解】依题意, 得 $|m-2|-2=1$, 且 $m-3 \neq 0, m+$
 $1 \neq 0$, 解得 $m=5$. 故 m 的值是 5.

5. C 【解析】A 选项, 当 $x=2, y=3$ 时, $x+y=2+$
 $3=5 \neq 10$, 所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 不是方程 $x+y=10$ 的
解, 故 A 不符合题意; B 选项, 当 $x=2, y=3$
时, $2x-y=4-3=1 \neq 5$, 所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 不是方程
 $2x-y=5$ 的解, 故 B 不符合题意; C 选项, 当
 $x=2, y=3$ 时, $2x+y=4+3=7$, 所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 是方
程 $2x+y=7$ 的解, 故 C 符合题意; D 选项, 当
 $x=2, y=3$ 时, $x-2y=2-6=-4 \neq -3$, 所以
 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 不是方程 $x-2y=-3$ 的解, 故 D 不符
合题意. 故选 C.

6. C 【解析】把 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 代入方程 $ax+by=6$, 得
 $2a+3b=6$, 所以 $4a+6b-5=2(2a+3b)-5=2 \times$
 $6-5=7$. 故选 C.

7. B 【解析】

刷有所得

二元一次方程
组有三个条
件, 一是方程
是整式方程;
二是二元, 即
这个方程组要
有两个未知
数; 三是一次,
即这个方程组
中含未知数的
项的次数只能
是 1, 同时满
足这三个条件
的方程组就是
二元一次方
程组.

归纳总结

题目中出现方
程的解或者方
程组的解时,
一般是将方程
(组) 的解代
入方程(组)
中, 然后再
求值.

(1) 变形, 根据方程的结
构特点, 用含 y 的式子
表示 x

把方程 $3x+4y=20$
变形, 得 $x=\frac{20-4y}{3}$

(2) 划界, 划定 x, y 的取
值范围

因为 x, y 都是自然
数, 所以 $20-4y$ 是
3 的非负整数倍

(3) 试值, 在 x, y 的取值
范围内逐一试值

当 $y=2$ 时, $x=4$,
当 $y=5$ 时, $x=0$

(4) 得解, 根据试值结果
得到二元一次方程的特
殊解

所以二元一次方
程 $3x+4y=20$ 的
自然数解有 2 个

8. A 【解析】把 $x=6$ 代入 $2x+y=16$ 中, 得 $2 \times 6+$
 $y=16$, 解得 $y=4$, 所以 $x+y=6+4=10$, 所以被
“▲”和“■”遮住的两个数分别是 10, 4. 故
选 A.

9. $x+y=3, y-x=1$ (答案不唯一)

10. B 【解析】根据“马四匹, 牛六头, 共价四十
八两”可得方程 $4x+6y=48$; 根据“马三匹, 牛
五头, 共价三十八两”可得方程 $3x+5y=38$,
所以可列方程组为 $\begin{cases} 4x+6y=48, \\ 3x+5y=38. \end{cases}$ 故选 B.

11. $\begin{cases} x+y=100, \\ 16x+12y=1\ 352 \end{cases}$ 【解析】已知购买甲种奖
品 x 件, 乙种奖品 y 件, 甲、乙两种奖品共
100 件, 所以 $x+y=100$. 因为甲种奖品每件
16 元, 乙种奖品每件 12 元, 总费用为 1 352 元,
所以 $16x+12y=1\ 352$, 由上可得方程组为
 $\begin{cases} x+y=100, \\ 16x+12y=1\ 352. \end{cases}$ 故答案为 $\begin{cases} x+y=100, \\ 16x+12y=1\ 352. \end{cases}$

9.2 解二元一次方程组

课时1 代入消元法解二元一次方程组



刷基础

1. B 【解析】A 选项, 因为 $2x-y=1$, 所以移项, 得
 $2x-1=y$, 即 $y=2x-1$, 所以 A 选项不合题意;